

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ В КОНТРОЛЕ  
И ДИАГНОСТИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ****В. А. Твердохлебов*****Введение***

Задачи контроля и диагностирования процессов функционирования сложных систем образуют самостоятельный класс задач, при решении которых используются еще недостаточно разработанные модели процессов, требуется совмещение строгих алгоритмов и неформальных описаний свойств процессов, средства контроля и диагностирования имеют большую изоляцию их воздействий от управления системой по целевому предназначению системы. В связи с этими и другими особенностями задач контроля и диагностирования сложных систем разработка моделей и методов для решения задач является актуальной и требует поиска новых подходов, основных положений и базирующихся на них моделей и методов. В работе [1] рассматривается один из вариантов представления процесса функционирования сложной человеко-машинной системы (СЧМС) взаимосвязями и взаимодействиями процессов из следующих классов процессов: класса  $P_1$  командно-информационных управляющих процессов, предназначенных для управления всеми процессами различной природы, которыми реализуется процесс функционирования СЧМС в ее целевом предназначении; класса  $P_2$  процессов действий человеческих звеньев (экипажей, операторов, диспетчеров и других работников); класса  $P_3$  процессов функционирования техники и оборудования; класса  $P_4$  процессов энергообеспечения (электричеством, топливом и др.); класса  $P_5$  процессов обеспечения СЧМС в соответствии с ее целевым предназначением (пассажирами, потребителями, грузами, комплектующими, спецоборудованием и т.д.); класса  $P_6$  процессов взаимодействий с внешней средой; классов  $P_7 - P_{63}$  процессов, являющиеся результатом взаимодействий процессов из базовых классов в сочетаниях по два, по три, ..., всех шести.

Контрольная и диагностическая информация в момент времени  $t$  (интервал времени  $\Delta$ ) определяет процессы из классов процессов  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$  значениями показателей выбранных свойств  $R_1, R_2, \dots, R_k$ , сводится в таблицу  $T(t)$ . Последовательность таблиц  $T(1), T(2), \dots, T(c)$  является моделью конкретного процесса функционирования СЧМС. Для получения контрольной и диагностической информации о процессах в СЧМС имеются средства  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_h$ . Эти средства применяются одновременно в некотором общем интервале времени изолированно или в наборе, а также последовательно по выбранным наборам средств. В связи с этим применение набора средств получения контрольной и диагностической информации о процессах в СЧМС в момент  $t$  рассматривается как часть входного воздействия на СЧМС и как часть входного сигнала в автомат. Оставшаяся часть входного воздействия на СЧМС включает воздействие по управлению СЧМС для достижения целевого предназначения СЧМС и воздействие на СЧМС возникшего или проявившегося дефекта.

Представление процессов в СЧМС в форме автоматного отображения, преобразование символического автоматного отображения в числовую структуру (геометрическую кривую линию с выделенными на линии точками и интерпретацией выделенных точек) позволяют строить теорию абстрактных автоматов на новой теоретической основе – на совмещенных дискретных и непрерывных числовых структурах.

***1. Характеристика средств получения контрольной  
и диагностической информации о процессах в СЧМС***

Применение средств для получения контрольной и диагностической информации о процессах в СЧМС систематизируется в простой безусловный эксперимент по распознаванию содержимого (некоторых свойств содержимого) «черного ящика» (Ч.Я.) с использованием только воздей-

ствий на содержимое через «вход» в Ч.Я. и наблюдений реакций содержимого через «выход» Ч.Я. Дополнительными условиями являются:

- содержимое Ч.Я. должно быть элементом заданного конечного семейства динамических объектов, т.е. объектов, способных воспринимать воздействия и вырабатывать реакции на воздействия;
- содержимое Ч.Я. не заменяется в процессе эксперимента;
- последовательность воздействий на содержимое Ч.Я. определяется до начала эксперимента и не изменяется в процессе эксперимента;
- эксперимент состоит из конечного числа воздействий на содержимое Ч.Я.

В случае автоматной модели СЧМС для работоспособного состояния и при наличии дефектов в СЧМС исходными данными являются:

- дискретный детерминированный автомат с конечным или счетно-бесконечным множеством состояний  $A_0 = (S_0, X, Y, \delta_0, \lambda_0)$ , где  $S_0, X$  и  $Y$  – множества состояний, входных и выходных сигналов, а  $\delta_0 : S \times X \rightarrow S$  и  $\lambda_0 : S \times X \rightarrow Y$  – функции переходов и выходов (модель работоспособной системы);
- семейство автоматов  $\alpha = \{ A_i \}_{i \in I}$ , где  $A_i = (S_i, X, Y, \delta_i, \lambda_i)$  (семейство вариантов моделей системы с дефектами из множества дефектов  $D = \{ d_i \}_{i \in I}$ ).

Предполагается, что пересечение множеств состояний не равных автоматов из множества автоматов  $\{ A_0 \} \cup \alpha$  пусто. Содержимым Ч.Я. является точно один (неизвестный экспериментатору) автомат из множества автоматов  $\{ A_0 \} \cup \alpha$ . Это позволяет задачи контроля и диагностирования СЧМС решать на основе определения при эксперименте заключительного состояния исследуемого автомата. Задача определения средствами простого безусловного эксперимента заключительного состояния автомата из заданного конечного семейства автоматов решена в работе [2] на основе статьи [3].

## 2. Геометрические образы автоматных отображений

Сложная человеко-машинная система является динамической системой и ее простейшей моделью оказывается дискретный детерминированный автомат [4, 5]. Автоматное отображение представляет варианты процессов функционирования СЧМС [6]. Для того, чтобы расширить математический аппарат построения и анализа автоматных отображений в работах [7–10] введены и разработаны геометрические образы автоматных отображений. Автоматное отображение  $f_{s_0}^A$

определяется как множество пар вида  $(p, q)$ , где  $p \in X^*$ ,  $q \in Y^*$  и соответствует инициальному автомату  $A_{s_0} = (S, X, Y, \delta, \lambda, s_0)$ , где  $s_0 \in S$  – зафиксированное начальное состояние автомата:

$f_{s_0}^A = \bigcup_{p \in X^*} \{ (p, \lambda^*(s_0, p)) \}$ . Для того, чтобы автоматное отображение  $f_{s_0}^A$  представлять в форме

графика, ограниченного начальным отрезком оси ординат, отображение  $f_{s_0}^A$  заменим эквивалентным ему отображением

$$\rho_{s_0}^A = \bigcup_{p \in X^*} \{ (px, \lambda(s_p, x)) \}. \quad (1)$$

Использование автоматного отображения  $\rho_{s_0}^A$  позволяет в графике, определяющем это отображение, на оси ординат представлять  $|Y|$  точек. Размещение точек для представления  $\rho_{s_0}^A$  графиком в прямоугольной декартовой системе координат на плоскости элементам множества  $X^*$  на оси абсцисс предполагается размещенным в счетно-бесконечное множество точек с взаимно-

однозначным сопоставлением элементов множества  $X^*$  некоторым точкам на оси абсцисс. Для перехода от символьной формы автоматных отображений к числовым формам автоматных отображений используются взаимно-однозначные отображения  $\phi_X$  и  $\phi_Y$ , соответствующие нумерациям множеств  $X^*$  и  $Y$  по линейным порядкам  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , где  $\phi_X: X^* \rightarrow N^+$ ,  $\phi_Y: Y \rightarrow \{1, 2, \dots, |Y|\}$ .

На основе введенных понятий дадим точное определение геометрического образа автоматного отображения.

*Определение 1.* Геометрическим образом автоматного отображения дискретного детерминированного автомата с конечным множеством входных сигналов  $X$ , конечным множеством выходных сигналов  $Y$  и конечным или счетно-бесконечным множеством состояний будем называть тройку отображений:

– взаимно-однозначное отображение «в» вида  $\phi_X: X^* \rightarrow R$ , где  $R$  – множество действительных чисел;

– отображение вида  $\phi: \text{Pr}_2 \phi_X \rightarrow \{1, 2, \dots, |Y|\}$ ;

– взаимно-однозначное отображение вида  $\phi_Y: \{1, 2, \dots, |Y|\} \rightarrow Y$ .

В определении 1 взаимно-однозначные отображения  $\phi_X$  и  $\phi_Y$  связывают символьные и числовые структуры, а отображение  $\phi$  переводит связи символьных объектов в связи чисел. Основные отношения между входными и выходными последовательностями оказываются определенными как связи чисел, что позволяет использовать в представлении, анализе свойств и разработке автоматных отображений мощные идеализации непрерывной числовой математике: актуальную бесконечность, непрерывность, бесконечно малую величину, предельный переход, суммирование бесконечных рядов, абстрактные пространства и т.п. Для того, чтобы использование введенного геометрического образа автоматного отображения было корректным, покажем, что, во-первых, заданные множества  $X$ ,  $Y$  и отображений  $\phi_X$ ,  $\phi$ ,  $\phi_Y$  определяют автоматное отображение, и, во-вторых, любое автоматное отображение определяется заданием множеств  $X$ ,  $Y$  и отображений  $\phi_X$ ,  $\phi$ ,  $\phi_Y$ .

*Теорема 1.* Для любых конечных множеств  $X$ ,  $Y$  и отображений:

– взаимно-однозначного отображения  $\phi_X: X^* \rightarrow R$ , где  $R$  – множество действительных чисел;

– однозначного отображения  $\phi: \text{Pr}_2 \phi_X \rightarrow \{1, 2, \dots, |Y|\}$ ;

– взаимно-однозначного отображения  $\phi_Y: \{1, 2, \dots, |Y|\} \rightarrow Y$  существует однозначно определяемое автоматное отображение.

*Доказательство.* Рассмотрим отображение  $\psi = \phi_Y \circ (\phi \circ (\phi_X))$ , построенное с использованием операции « $\circ$ » умножения бинарных отношений. По определению бинарное отношение  $\sigma$ , удовлетворяющее условиям: 1) бинарное отношение  $\sigma$  является отображением; 2)  $\text{Pr}_1 \sigma = X^*$ ; 3) для любого  $p \in X^* \mid \sigma(p) = |p|$ ; 4) для любого  $p \in X^*$  и префикса  $p'$  последовательности  $p$ , если  $\sigma(p) = q$  и  $\sigma(p') = q'$ , то  $q'$  – префикс  $q$  и  $|p'| = |q'|$ . Покажем, что для отображения  $\psi$  условия 1 – 4 выполняются. Выполнение условий 1 и 2 очевидно по построению  $\psi$ .

Пусть  $p \in X^*$  и  $p = x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}$ . Представим  $p$  последовательностью префиксов  $x_{i_1}$ ,  $x_{i_1} x_{i_2}$ , ...,  $x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}$  и, используя отображение  $\phi_X$ , определим последовательность  $\phi_X(x_{i_1})$ ,  $\phi_X(x_{i_1} x_{i_2})$ , ...,  $\phi_X(x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k})$ . Эта последовательность отображением  $\phi$  и взаимно-однозначным отображением  $\phi_Y$  преобразуется в последовательность

$$\psi(x_{i_1}), \psi(x_{i_1} x_{i_2}), \dots, \psi(x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}) \quad (2)$$

элементов множества  $Y$ . Длины последовательностей префиксов  $p$  и последовательности (2) совпадают, т.е. условие 3 доказано.

Выделим в  $p$  префикс  $p'$ , где  $p' = x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_v}$ ,  $v < k$ . На основе предшествующих построений последовательностей префиксом  $p'$  определяется последовательность  $\psi(x_{i_1})$ ,  $\psi(x_{i_1} x_{i_2})$ , ...,  $\psi(x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_v})$ , являющаяся префиксом длины  $v$  последовательности (2). Выполнение условия 4 показано.

Будем представлять в геометрических образах автоматных отображений конкретные процессы функционирования автоматов с соблюдением правила: в размещении числовых образов входных последовательностей на оси абсцисс числовой образ каждой последовательности на оси абсцисс располагается правее числовых образов всех префиксов последовательности. Для соблюдения этого правила введем на множестве  $X^*$  линейный (модифицированный лексикографический) порядок.

*Правило 1.* На множестве  $X$  вводится некоторый линейный порядок  $\omega_1 (<_1)$

$$x_1 <_1 x_2 <_1 \dots <_1 x_k.$$

*Правило 2.* Порядок  $\omega_1$  на  $X$  распространяется до линейного порядка на множестве  $X^*$ :

- для любых слов  $p_1, p_2 \in X^*$  неодинаковой длины ( $|p_1| \neq |p_2|$ )  $|p_1| < |p_2| \rightarrow p_1 <_1 p_2$ ;
- для любых слов  $p_1, p_2 \in X^*$ , для которых  $|p_1| = |p_2|$  и  $p_1 \neq p_2$  их отношение по порядку  $\omega_1$  повторяет отношение ближайших слева несовпадающих букв в словах  $p_1$  и  $p_2$ .

В соответствии с правилами 1 и 2, определяющими линейный порядок  $\omega_1$  на множестве  $X^*$ , числовые образы элементов множества  $X^*$  размещаются на оси абсцисс системы координат, в которой изображается геометрический образ автоматного отображения. Для размещения числовых образов элементов множества выходных сигналов  $Y$  на оси ординат формально порядок размещения безразличен.

*Теорема 2.* Пусть  $X, Y, \phi_X, \phi, \phi_Y$  и  $X, Y, \phi_X, \phi', \phi_Y$  – два неравных геометрических образа автоматных отображений и  $\phi \neq \phi'$ . Тогда для любого взаимно-однозначного отображения  $\phi'_Y: \{1, 2, \dots |Y|\} \rightarrow Y$  геометрические образы  $X, Y, \phi_X, \phi, \phi'_Y$  и  $X, Y, \phi_X, \phi', \phi_Y$  будут неравными геометрическими образами.

Эта важная, но тривиальная по доказательству теорема, позволяет при построении геометрических образов автоматных отображений выбирать на оси ординат числовые образы элементов множества  $Y$  произвольно с сохранением неравенства геометрических образов.

### 3. Свойства геометрических образов автоматных отображений

Основные свойства геометрических образов автоматных отображений представлены в геометрическом образе  $X, Y, \phi_X, \phi, \phi_Y$  отображением  $\phi$ , которое имеет числовую (а не формально символьную) природу. Это позволяет основные задачи анализа законов функционирования автомата исследовать на основе анализа свойств геометрических кривых линий, на которых находятся точки, определенные отображением  $\phi$ . Рассмотрим некоторые свойства автоматных отображений.

Автоматное отображение определено на основе свойств 1–4, определяющих бинарное отношение как автоматное отображение. На основе префиксного разложения последовательностей входных сигналов автомата определение автоматного отображения может быть сведено к проверке одного свойства бинарного отношения – быть отображением.

*Определение 2.* Пусть  $\sigma \subset X^* \times Y^*$  – бинарное отношение, для которого выполняется условие: для любой пары  $(p, q) \in \sigma$   $|p| = |q|$ . Если  $p = x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}$  и  $q = y_{j_1} y_{j_2} \dots y_{j_k}$  ( $k \in N^+$ ), то множество пар  $\{(x_{i_1}, y_{j_1}), (x_{i_1} x_{i_2}, y_{j_1} y_{j_2}), \dots, (p, y_{j_k})\}$  будем называть префиксным разложением пары  $(p, q)$  и обозначать  $H(p, q)$ .

Следующая теорема, приводимая без доказательства, дает критерий, позволяющий определять, когда бинарное отношение  $\phi \subset X^* \times Y^*$  является автоматным отображением.

**Теорема 3.** Пусть  $\sigma \subset X^* \times Y^*$  – бинарное отношение, для любой пары  $(p, q) \in \sigma$  которого выполняется условие  $|p| = |q|$ . Бинарное отношение  $\phi$  является автоматным отображением тогда и только тогда, когда бинарное отношение

$$\sigma' = \bigcup_{(p,q) \in \sigma} H(p, q) \quad (3)$$

является отображением.

Традиционным определением автоматного отображения  $f_{s_0}^A$ , связанным с функционированием инициального автомата  $A_s = (S, X, Y, \delta, \lambda, s)$ , является равенство  $f_{s_0}^A = \bigcup_{p \in X^*} \{ (p, \lambda^*(s_0, p)) \}$ . Преобразование этого равенства в эквивалентное определение автоматного отображения  $\rho_{s_0}^A = \bigcup_{px \in X^*X} \{ (px, \lambda(s_p, x)) \}$  позволяет получить удобные средства для обозначения состояний автомата до определения эквивалентности состояний и, главное, определять автоматные отображения с использованием простейшего свойства.

Множество состояний  $S$  инициального автомата  $A_{s_\varepsilon} = (S, X, Y, \delta, \lambda, s_\varepsilon)$  удобно представлять в следующей форме: для любого  $p \in X^*$   $\delta(s_\varepsilon, p) = s_p$  и для любых  $p_i, p_j \in X^*$  выполняется равенство:  $\delta(s_{p_i}, p_j) = s_{p_i p_j}$ .

**Теорема 4.** Пусть  $X$  и  $Y$  – конечные непустые множества. Любое отображение вида  $\phi : X^* \rightarrow Y$  при  $\text{Pr}_1 \phi = X^*$  взаимно-однозначно соответствует автоматному отображению  $\phi^* : X^* \rightarrow Y^*$ .

*Доказательство.* Теорема фактически дает очень простое средство для представления автоматных отображений, т.е. любому, произвольно определенному отображению вида  $\phi : X^* \rightarrow Y$  соответствует автоматное отображение вида  $\phi^* : X^* \rightarrow Y^*$ . В этом сущность теоремы. Теорема имеет простое доказательство, которое упрощается, если предполагать, что отображение вида  $\phi^* : X^* \rightarrow Y^*$  реализовано автоматом  $A_s = (S, X, Y, \delta, \lambda, s)$ . В этом случае автоматному отображению  $\phi^*$  принадлежат пары вида  $(x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}, y_{j_1} y_{j_2} \dots y_{j_k})$ , которые представимы следующей последовательностью  $(x_{i_1}, \lambda(s, x_{i_1}))$ ,  $(x_{i_1} x_{i_2}, \lambda(\delta(s, x_{i_1}), x_{i_2}))$ , ...,  $(x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}, \lambda(\delta(s, x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{k-1}}), x_{i_k}))$ . Эта последовательность представлена подмножеством пар, которые можно полагать содержащимися в отображении  $\phi : X^* \rightarrow Y$  при любых элементах  $\lambda(s, x_{i_1})$ ,  $\lambda(\delta(s, x_{i_1}), x_{i_2})$ , ...,  $\lambda(\delta(s, x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{k-1}}), x_{i_k})$ .

#### 4. Особенности контроля и диагностирования СЧМС

Практическая полезность решения задач контроля и диагностирования СЧМС зависит от достоверности результатов, которая ограничена во времени и принимаемыми условиями и предположениями. Абсолютных результатов решений задач контроля и диагностирования процессов в СЧМС не существует. Причины этого не только в существовании скрытых производственных или других дефектов. Реальная СЧМС является материальным телом, в котором реализуются физические, механические, биологические и другие процессы, а также взаимосвязанные с ними командно-информационные процессы. Условия и ограничения в задачах контроля и диагностирования могут быть:

- теоретическими, базирующимися на невозможности комбинаторных вычислений большой размерности;
- теоретическими, порожденными свойствами модели системы;
- определяемыми неограниченностью множества свойств материальных объектов и реальных процессов.

Если процессы в СЧМС определены в форме алгоритма, который содержит  $n$  логических условий, то результат применения алгоритма зависит от выполнения одних и невыполнения других из этих  $n$  логических условий. Множество вариантов сочетаний логических значений условий содержит  $2^n$  элементов, что при  $n \geq 100$  исключает возможность проверки правильности алгоритма. Структура модели процесса функционирования СЧМС может быть состоящей из последовательности отдельных моделей, каждая из которых определяет функционирование СЧМС на конкретном интервале времени без использования остальных моделей. В связи с этим фактически полученная в конкретный интервал времени  $\Delta_t$  контрольная и диагностическая информация основывается на модели, определяющей функционирование на интервале времени  $\Delta_t$ , и должна использоваться на интервале времени  $\Delta_{t+1}$ , в котором функционирование должно определяться другой моделью. Контрольная и диагностическая информация, полученная на интервале времени  $\Delta_t$ , оказывается недостоверной.

Поясним на примере проверки правильности функционирования простого физического элемента, моделью которого является логический элемент «конъюнкция» с  $m$  переменными, невозможность абсолютного решения задачи контроля. Проверке правильности функционирования элемента соответствует последовательное приложение  $2^m$  наборов двоичных сигналов. Если все реакции на приложенную последовательность наборов значений переменных определяют конъюнкцию, то можно сделать логический вывод только о том, что «была приложена, во-первых, конкретная последовательность наборов входных сигналов, а, во-вторых, последовательность приложена к исследуемому элементу «в прошлом» и получены реакции элемента, соответствующие конъюнкции». Это не означает без дополнительных гипотез, что приложение другой последовательности и в другом интервале времени будет соответствовать реализации конъюнкции. Цель приведенных примеров показать, что решение задач контроля и диагностирования процессов в СЧМС может быть только относительным в границах дополнительных условий и ограничений.

Возможными источниками несоответствия результатов контроля и диагностирования процессов в СЧМС фактическому состоянию процессов являются:

- недостаточная полнота и точность моделей процессов;
- неполнота множества процессов, представленных в модели СЧМС;
- неполнота выбранного для анализа множества дефектов;
- недостаточная полнота и точность принятых условий и ограничений, при которых результаты контроля и диагностирования применяются на практике;
- ошибки в вычислениях и действиях человеческих звеньев при анализе контрольной и диагностической информации;
- неисправности технических, дефекты и ошибки в других средствах получения фактической информации о процессах в СЧМС.

Особенности в решениях задач контроля и диагностирования СЧМС с использованием автоматных моделей позволяют сделать вывод, что контрольная и диагностическая информация, полученная в момент времени  $t$ , представима в виде множества  $S_z(t)$  всех тех допустимых состояний автоматов, которые определены по значениям показателей свойств процессов в момент времени  $t$ . Задачи контроля и диагностирования оказываются решенными, если для допустимых множеств состояний  $S_z(t)$  выполняются некоторые условия.

### ***5. Классификация потоков изменений состояний автоматов, определяемых средствами контроля и диагностирования***

Связи состояний автомата из начала потока с состояниями из окончания потока представим бинарным отношением вида  $\rho \subset S \times S$ , определяемым обобщенными функциями  $\delta$  и  $\lambda$ . Введем следующие классы потоков изменений состояний автоматов:

1. Класс  $a_1$ .  $\Pr_1 \rho = \Pr_2 \rho$  &  $|\Pr_1 \rho| \geq 2$ .
2. Класс  $a_2$ .  $|\Pr_1 \rho| = |\Pr_2 \rho|$  &  $|\Pr_1 \rho| \geq 2$  &  $\Pr_1 \rho \cap \Pr_2 \rho = \emptyset$  &  $\Pr_2 \rho \not\subset \Pr_1 \rho$ .
3. Класс  $a_3$ .  $|\Pr_1 \rho| = |\Pr_2 \rho|$  &  $|\Pr_1 \rho| \geq 2$  &  $\Pr_1 \rho \cap \Pr_2 \rho \neq \emptyset$ .

4. Класс  $b_1$ .  $|Pr_1\rho| > |Pr_2\rho| \ \& \ |Pr_1\rho| \geq 2 \ \& \ Pr_2\rho \subset Pr_1\rho$ .
5. Класс  $b_2$ .  $|Pr_1\rho| > |Pr_2\rho| \ \& \ |Pr_1\rho| \geq 2 \ \& \ Pr_1\rho \cap Pr_2\rho \neq \emptyset \ \& \ Pr_2\rho \not\subset Pr_1\rho$ .
6. Класс  $b_3$ .  $|Pr_1\rho| > |Pr_2\rho| \ \& \ |Pr_1\rho| \geq 2 \ \& \ Pr_1\rho \cap Pr_2\rho \neq \emptyset$ .
7. Класс  $c_1$ .  $|Pr_1\rho| \geq 2 \ \& \ |Pr_2\rho| = 1 \ \& \ Pr_2\rho \subset Pr_1\rho$ .
8. Класс  $c_2$ .  $|Pr_1\rho| \geq 2 \ \& \ |Pr_2\rho| = 1 \ \& \ Pr_2\rho \not\subset Pr_1\rho$ .
9. Класс  $c_3$ .  $|Pr_1\rho| = |Pr_2\rho| = 1 \ (Pr_1\rho = Pr_2\rho, Pr_1\rho \neq Pr_2\rho)$ .

Введенные девять классов потоков построены на отношении чисел элементов между множеством состояний в начале потока и множеством состояний в окончании потока. Инвертирование этих отношений определяет шесть классов  $b_1^{-1}, b_2^{-1}, b_3^{-1}, c_1^{-1}, c_2^{-1}, c_3^{-1}$ , которые представляют увеличение числа состояний в начале следующего потока по отношению к числу состояний в окончании предыдущего потока.

Такое увеличение возникает, когда окончание предшествующего потока относится к функционированию работоспособной системы, а начало следующего потока относится к функционированию системы с дефектом. При получении контрольной и диагностической информации различными средствами контроля и диагностирования определяется набор потоков, которые требуется представить одним потоком. Окончание потоков должно определяться пересечением всех окончаний рассматриваемых потоков (предполагается, что в окончании каждого потока из набора потоков содержится фактическое состояние системы). Если такое пересечение пусто, то должно определяться начало следующего потока как окончание одного из предшествующих потоков. Автомат, для которого функция переходов  $\delta$  удовлетворяет условию  $(\forall x \in X) \bigcup_{s \in S} \{\delta(s, x)\} = S$ ,

будем называть перестановочным. Поток изменений состояний автомата с выходами будем называть наблюдаемым потоком. Имеют место следующие теоремы.

*Теорема 5.* Любой поток изменений состояний автомата без выходов может быть представлен последовательностью согласованных потоков, каждый из которых принадлежит точно одному из классов  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, a_1^{-1}, a_2^{-1}, a_3^{-1}, b_1^{-1}, b_2^{-1}, b_3^{-1}, c_1^{-1}, c_2^{-1}, c_3^{-1}$ , где  $a_1^{-1} = a_1$ ,  $a_2^{-1} = a_2$ ,  $a_3^{-1} = a_3$ , и любой поток, соответствующий решению установочной задачи (задачи контроля и диагностирования), оканчивается потоком одного из классов  $c_1, c_2, c_3$ .

*Теорема 6.* Из любого потока, соответствующего решению установочной задачи, любой составляющий поток класса  $a_1$  может быть исключен с сохранением свойства общего потока – решать установочную задачу. Для автомата, имеющего  $n$  состояний, для которого существует поток изменений состояний класса  $c_1$  или  $c_2$ , существует поток класса  $c_1$  или  $c_2$ , который состоит не более, чем из  $n - 1$  согласованных потоков классов  $b_1, b_2, b_3, c_1, c_2$ .

*Теорема 7.* Для перестановочного автомата с выходами могут существовать наблюдаемые потоки изменений состояний классов  $b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ .

*Теорема 8.* Для того, чтобы для конечного дискретного детерминированного автомата без выходов  $A = (S, X, \delta)$  и множества  $S$  существовал поток класса  $c_1$  или класса  $c_2$  с началом  $S$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$(\forall s_i, s_j \in S) (\exists p_{ij} \in X^*) \delta(s_i, p_{ij}) = \delta(s_j, p_{ij}). \quad (4)$$

*Теорема 9.* Для того, чтобы для конечного дискретного детерминированного автомата  $A = (S, X, Y, \delta, \lambda)$  и множества  $S$  существовал наблюдаемый поток класса  $c_1$  или класса  $c_2$  с началом  $S$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$(\forall s_i, s_j \in S) (\exists p_{ij} \in X^*) \delta(s_i, p_{ij}) = \delta(s_j, p_{ij}) \vee \lambda(s_i, p_{ij}) \neq \lambda(s_j, p_{ij}). \quad (5)$$

Предлагаемая классификация потоков изменений состояний построена на связях состояний системы из начала потока с состояниями системы в окончании потока. Существенным является представление изменений состояний в широком диапазоне от предположения наличия и ориента-

ции связей состояний от начала потока к его окончанию до точного определения функциями переходов и выходов автомата связей каждого состояния из начала потока с конкретным состоянием в окончании потока. Поток может наблюдаться по свойствам, признаки которых представлены выходными сигналами автомата.

### Список литературы

1. Резчиков, А. Ф. Причинно-следственные модели производственных систем / А. Ф. Резчиков, В. А. Твердохлебов. – Саратов : Научная книга, 2008. – 137 с.
2. Гилл, А. Введение в теорию конечных автоматов / А. Гилл. – М. : Наука, 1966. – 206 с.
3. Мур, Э. Умозрительные эксперименты с последовательностными машинами / Э. Мур // Автоматы : сб. ст. / под ред. К. Шеннона, Дж. Маккарти. – М. : Мир, 1956. – 358 с.
4. Особенности разработки макромоделей надежности сложных электронных систем / Н. К. Юрков, А. В. Затылкин, С. Н. Полесский, И. А. Иванов, А. В. Лысенко // Труды международного симпозиума Надежность и качество, 2014. – Т. 1. – С. 101–102.
5. Лысенко, А. В. Анализ особенностей применения современных активных систем виброзащиты для нестационарных РЭС / А. В. Лысенко, Г. В. Таньков, Д. А. Рындин // Труды международного симпозиума Надежность и качество, 2013. – Т. 2. – С. 155–158.
6. Функциональная модель информационной технологии обеспечения надежности сложных электронных систем с учетом внешних воздействий / Н. К. Юрков, А. В. Затылкин, С. Н. Полесский, И. А. Иванов, А. В. Лысенко // Труды международного симпозиума Надежность и качество, 2014. – Т. 1. – С. 184–187.
7. Твердохлебов, В. А. Техническое диагностирование в геометрической интерпретации задач, моделей и методов / В. А. Твердохлебов // Автоматизация проектирования дискретных систем : тез. докладов Междунар. конф. (15–17 ноября 1995 г.). – Минск : Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1995. – Т. 1. – С. 97.
8. Твердохлебов, В. А. Геометрические образы конечных детерминированных автоматов / В. А. Твердохлебов // Известия Саратовского университета. Сер. «Математика. Механика. Информатика». – 2005. – Т. 5, вып. 1. – С. 141–153.
9. Твердохлебов, В. А. Геометрические образы законов функционирования автоматов / В. А. Твердохлебов. – Саратов : Научная книга, 2008. – 183 с.
10. Твердохлебов, В. А. Представление автоматных отображений геометрическими структурами : моногр. / В. А. Твердохлебов, А. С. Епифанов. – Саратов : ООО Издательский Центр «Наука», 2013. – 204 с.

#### **Твердохлебов Владимир Александрович**

доктор технических наук, профессор,  
главный научный сотрудник,  
Институт проблем точной механики и управления РАН  
(440028, Россия, г. Саратов, ул. Рабочая, 24б)  
+79173282912  
E-mail: tverdokhlebovva@list.ru

#### **Tverdokhlebov Vladimir Aleksandrovich**

doctor of technical sciences, professor,  
senior researcher,  
Institute of Precision Mechanics and Control  
of Russian Academy of Sciences  
(440028, 24b Rabochia street, Saratov, Russia)

**Аннотация.** При решении задач контроля и диагностирования процессов функционирования сложных человеко-машинных систем возникают трудности, связанные с большим объемом формируемой и рассматриваемой информации, с применением аппарата непрерывной числовой математики для представления и анализа разнородных данных (числовых, логических, символьных). В статье изложены модели и методы для построения геометрических образов автоматных отображений, определяющих процессы в системе, рассмотрены свойства геометрических образов автоматных отображений, показаны особенности контроля и диагностирования сложных систем. Кроме этого, показан вариант декомпозиции процесса в целом функционирования сложной системы на базовые и производные от них процессы в системе. На основе анализа особенностей контроля и диагностирования сложных систем сделан вывод, что при решении задач контроля и диагностирования требуется рассматривать потоки изменений состояний ав-

**Abstract.** In solving of control and diagnosing problems of functioning of complex man-machine systems have difficulties related to the large amount of formed and analyzed information, related to using the apparatus of continuous numerical mathematics for reporting and analysis of heterogeneous data (numeric, logical, character). The article describes the models and methods for constructing geometric images of automaton mappings defining processes in the system, considered the properties of geometric images of automaton mappings, are shown features of the control and diagnosis of complex systems. In addition, are shown embodiment of the decomposition process in general functioning of a complex system to a basic processes and derivatives thereof. Based on the analysis of the features of control and diagnosis of complex systems concluded that the solution of problems of control and diagnosing required to consider streams of automaton states changes used as a model of system. Thereby are presented the developed classification of streams of

томата, используемого как модель системы. В связи с этим приведена разработанная классификация потоков изменений состояний автоматов, являющихся моделями работоспособной системы и системы, содержащей дефекты из выбранного для анализа множества дефектов. Для обоснования основных выводов используются теоремы, доказательства в которых содержатся в работах, на которые указаны ссылки.

**Ключевые слова:** система, автомат, контроль, диагностирование, эксперимент, автоматное отображение, геометрический образ.

changes of states of automaton, which is the model of workable system and a system containing defects of selected for analysis set of defects. To justify the main conclusions is used the theorem, in which the evidence contained in the papers, on which specified link.

**Key words:** system, automaton, control, diagnosing, experiment, automaton mapping, geometric image.

**УДК 519.713**

**Твердохлебов, В. А.**

**Геометрические модели и методы в контроле и диагностировании сложных систем / В. А. Твердохлебов // Надежность и качество сложных систем. – 2015. – № 1 (9). – С. 68–76.**